

БАКАЛАВР. СПЕЦИАЛИСТ. МАГИСТР

В. А. Медик, М. С. Токмачев

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

В МЕДИЦИНЕ

Том 1

2-е издание



МО рекомендует

УМО ВО
РЕКОМЕНДУЕТ

ВЫБОР
РЕДАКЦИИ

Юрайт
ИЗДАТЕЛЬСТВО
biblio-online.ru

В. А. Медик, М. С. Токмачев

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА В МЕДИЦИНЕ

Том 1

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ АКАДЕМИЧЕСКОГО
БАКАЛАВРИАТА, СПЕЦИАЛИТЕТА, МАГИСТРАТУРЫ

2-е издание, переработанное и дополненное

*Рекомендовано Учебно-методическим отделом высшего образования
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по медицинским направлениям*

*Рекомендовано Министерством образования и науки Российской Федерации
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся
по специальностям «Лечебное дело», «Сестринское дело», «Педиатрия»,
«Медико-профилактическое дело», «Стоматология», «Фармация», «Статистика»,
«Прикладная математика и информатика»*

Книга доступна в электронной библиотечной системе
biblio-online.ru



Москва ■ Юрайт ■ 2018

Авторы:

Медик Валерий Алексеевич — доктор медицинских наук, профессор, член-корреспондент РАН, заслуженный врач Российской Федерации, заведующий кафедрой общественного здоровья, здравоохранения и общей гигиены Института медицинского образования Новгородского государственного университета имени Ярослава Мудрого;

Токмачев Михаил Степанович — доцент, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной математики и информатики института электронных и информационных систем Новгородского государственного университета имени Ярослава Мудрого.

Рецензенты:

Лисицын Ю. П. — профессор, заслуженный деятель науки Российской Федерации, академик РАМН;

Дегтярев В. Г. — доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники Российской Федерации, академик Международной академии наук высшей школы, председатель Научно-методического совета по математике вузов Северо-Запада Российской Федерации.

Медик В. А.

М42

Математическая статистика в медицине в 2 т. Том 1 : учеб. пособие для бакалавриата, специалитета и магистратуры / В. А. Медик, М. С. Токмачев. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 471 с. — (Серия : Бакалавр. Специалист. Магистр).

ISBN 978-5-534-07583-0 (т. 1)

ISBN 978-5-534-07585-4

Изложены основы теории вероятностей и математической статистики, широко используемые в клинической медицине, общественном здоровье и здравоохранении. Наряду с классическими, подробно представлены такие актуальные разделы, как непараметрические критерии, временные ряды, анализ выживаемости и др. Основной акцент сделан на аналитические методы исследования. Теоретический материал проиллюстрирован многочисленными примерами анализа данных из области клинической медицины, общественного здоровья и здравоохранения. Большое внимание уделено выводам и интерпретации результатов расчета, сообразно задачам доказательной медицины. Представлены методология и результаты проведенного исследования здоровья населения одного из регионов РФ.

Соответствует актуальным требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования.

Для студентов бакалавриата, специалитета, магистратуры и аспирантов, обучающихся по специальностям «Лечебное дело», «Сестринское дело», «Педиатрия», «Медико-профилактическое дело», «Стоматология», «Фармация», «Статистика», «Прикладная математика и информатика», а также для врачей-клиницистов и организаторов здравоохранения. Может быть полезно для исследователей в других областях знаний.

УДК 61(075.8)

ББК 5я73



Все права защищены. Никакая часть данной книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме без письменного разрешения владельцев авторских прав. Правовую поддержку издательства обеспечивает юридическая компания «Дельфи».

ISBN 978-5-534-07583-0 (т. 1)

ISBN 978-5-534-07585-4

© Медик В. А., Токмачев М. С., 2007

© Медик В. А., Токмачев М. С., 2018,
с изменениями

© ООО «Издательство Юрайт», 2018

Оглавление

Предисловие ко второму изданию.....	7
Введение.....	9
Глава 1. Случайные события.....	11
1.1. О теории вероятностей.....	11
1.2. Основные понятия и определения.....	14
1.3. Понятие о вероятности случайного события.....	18
1.4. Классическое определение вероятности.....	20
1.5. Элементы комбинаторики.....	21
1.6. Вероятность суммы событий. Противоположные события.....	31
1.7. Условная вероятность. Зависимые и независимые события.....	34
1.8. Формула полной вероятности. Формула Байеса.....	40
1.9. Геометрическая вероятность.....	46
1.10. Статистическое определение вероятности.....	49
1.11. Понятие об аксиоматическом построении теории вероятностей.....	53
1.12. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли.....	55
1.13. Приближенные формулы, используемые в схеме Бернулли.....	62
1.13.1. Приближенная формула Пуассона.....	62
1.13.2. Локальная теорема Муавра — Лапласа.....	66
1.14. Функция Лапласа. Интегральная теорема Муавра — Лапласа.....	67
1.15. Теорема Бернулли (закон больших чисел).....	74
1.16. Цепи Маркова.....	77
<i>Задачи и упражнения</i>	84
Глава 2. Случайные величины.....	91
2.1. Понятия и определения.....	91
2.2. Закон распределения случайной величины. Функция распределения вероятностей.....	93
2.3. Дискретные случайные величины и их числовые характеристики.....	99
2.4. Биномиальное распределение.....	109
2.5. Распределение Пуассона.....	113
2.6. Примеры применения биномиального и пуассоновского распределений.....	115
2.7. Некоторые дискретные распределения.....	123
2.7.1. Вырожденное распределение.....	124
2.7.2. Дискретное равномерное распределение.....	124
2.7.3. Геометрическое распределение.....	126
2.7.4. Отрицательное биномиальное распределение (распределение Паскаля).....	126

2.7.5. Гипергеометрическое распределение.....	128
2.7.6. Распределение Пуассона (Пуассона).....	129
2.8. Непрерывные случайные величины	132
2.9. Равномерное распределение на отрезке	135
2.10. Нормальное распределение	138
2.11. Числовые характеристики распределений	142
2.12. Некоторые непрерывные распределения.....	144
2.12.1. Показательное распределение	145
2.12.2. Двойное показательное распределение.....	147
2.12.3. Распределение Шварца.....	149
2.12.4. Гамма-распределение	150
2.12.5. Распределение типа гиперболического косинуса	151
2.12.6. Распределение типа гиперболического синуса	154
2.12.7. Логарифмически нормальное (логнормальное) распределение.....	156
<i>Задачи и упражнения</i>	158
Глава 3. Системы случайных величин	163
3.1. Функция распределения и плотность распределения системы случайных величин	163
3.2. Зависимые и независимые случайные величины	166
3.3. Моменты системы случайных величин. Ковариация.....	167
3.4. Свойства моментов.....	170
3.4.1. Свойства математического ожидания	170
3.4.2. Свойства дисперсии	171
3.4.3. Свойства корреляционных моментов.....	172
3.5. Независимость и некоррелированность случайных величин. Коэффициент корреляции.....	172
3.6. Система двух дискретных случайных величин	175
3.7. Функции случайных величин	177
3.7.1. Линейная функция одной случайной величины	178
3.7.2. Линейная функция двух случайных величин	180
3.7.3. Произведение двух случайных величин	181
3.7.4. Частное от деления двух случайных величин	181
3.8. Специальные распределения.....	182
3.8.1. Распределение Пирсона (распределение χ^2)	182
3.8.2. Распределение Стьюдента (t -распределение).....	184
3.8.3. Распределение Фишера (F -распределение).....	185
3.9. Условное распределение. Регрессия. Среднеквадратическая регрессия.....	186
3.10. Предельные теоремы	192
3.10.1. Закон больших чисел	193
3.10.2. Центральная предельная теорема.....	196
<i>Задачи и упражнения</i>	197
Глава 4. Выборочный метод.....	201
4.1. Предмет и задачи	201

4.2. Основные понятия выборочного метода	202
4.3. Выборочное распределение и его характеристики.....	204
4.4. Преобразования выборок.....	210
4.5. Графический метод представления статистических данных.....	213
4.6. Методика выравнивания статистических рядов	216
4.7. Критерии согласия.....	220
4.8. Приближенная проверка гипотезы о нормальном распределении	223
<i>Задачи и упражнения</i>	226
Глава 5. Оценки параметров распределения.....	230
5.1. Особенности малых выборок. Точечные оценки.....	230
5.2. Точечные оценки для математического ожидания и дисперсии	234
5.3. Распределения некоторых статистик	238
5.4. Интервальные оценки. Доверительные интервалы	243
5.5. Построение доверительных интервалов для математического ожидания.....	244
5.6. Доверительные интервалы для дисперсии.....	251
5.7. Доверительный интервал для разности средних.....	257
5.8. Оценка вероятности по частоте.....	260
5.9. Ошибка выборки. Оптимальная численность выборки.....	265
<i>Задачи и упражнения</i>	269
Глава 6. Проверка статистических гипотез	274
6.1. Статистическая гипотеза.....	274
6.2. Статистические критерии	277
6.3. Сравнение дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей	281
6.4. Проверка гипотезы о равенстве неизвестной дисперсии конкретному значению.....	286
6.5. Сравнение средних двух нормальных генеральных совокупностей при известных дисперсиях.....	291
6.6. Критерий Стьюдента. Сравнение средних двух нормальных генеральных совокупностей при неизвестных одинаковых дисперсиях	297
6.7. Сравнение выборочной средней с известной величиной. Наблюдения до и после эксперимента.....	303
6.8. Мощность критерия.....	310
6.8.1. Уровень значимости.....	310
6.8.2. Величина различий (параметр нецентральности)	312
6.8.3. Объем выборки.....	315
6.9. Проверка гипотез о вероятности в схеме Бернулли (одна генеральная совокупность)	318
6.10. Проверка гипотез о вероятности в схеме Бернулли (две сравниваемые генеральные совокупности).....	323
6.11. Таблицы сопряженности и критерий χ^2	328
6.12. Критерий для показателя смертности с учетом возрастных параметров.....	334

6.13. Критерий Кочрена сравнения дисперсий нескольких нормальных генеральных совокупностей	337
6.14. Критерий Бартлетта сравнения дисперсий нескольких генеральных совокупностей	339
<i>Задачи и упражнения</i>	341
Глава 7. Дисперсионный анализ. Множественные сравнения	350
7.1. Основные понятия дисперсионного анализа	350
7.2. Суммы квадратов отклонений. Общая, факторная и остаточная дисперсии	353
7.3. Однофакторный дисперсионный анализ	357
7.4. Однофакторный дисперсионный анализ в случае разного числа испытаний на различных уровнях	362
7.5. Схема двухфакторного дисперсионного анализа	366
7.6. Множественные сравнения. Критерий Стьюдента с поправкой Бонферрони	371
7.7. Критерий Ньюмена — Кейлса	375
<i>Задачи и упражнения</i>	378
Глава 8. Анализ зависимостей	385
8.1. Типы зависимостей случайных величин	385
8.2. Выборочный коэффициент корреляции	388
8.3. Проверка независимости признаков	392
8.4. Проверка гипотезы о силе линейной связи двух признаков	394
8.5. Выборочная регрессия	396
8.6. Параметры выборочного уравнения регрессии при линейной зависимости	400
8.7. Проверка гипотез о параметрах уравнения регрессии	406
8.8. Использование линейной регрессии в случае нелинейной зависимости	407
8.9. Мера корреляционной связи. Выборочное корреляционное отношение	409
8.10. Простейшие случаи нелинейной регрессии	413
8.11. Модель множественной линейной регрессии	420
8.12. Качество моделей множественной регрессии	429
8.13. Методика построения модели множественной регрессии	443
8.14. Использование регрессионных моделей для прогнозирования	446
8.15. Выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена	450
8.16. Непараметрические методы оценки корреляционной зависимости	455
<i>Задачи и упражнения</i>	459
Ответы к задачам и упражнениям	465